



УДК 520.6.07; 520.48; 523.682.4; 621.3.093.2; 621.396.969.14
ББК 22.655; 32.95

ПРИМЕНЕНИЕ ДРОБНОДИФФЕРЕНЦИРУЮЩЕГО ФИЛЬТРА ДЛЯ СВЕРХБЫСТРОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ОПАСНЫХ ДЛЯ ЗЕМЛИ АСТЕРОИДОВ ¹

Казанкова Екатерина Аркадьевна

Магистрант кафедры теоретической физики и волновых процессов,
Волгоградский государственный университет
katerina.kazanko@gmail.com
просп. Университетский, 100, 400062 г. Волгоград, Российская Федерация

Ключевые слова: околоземные космические объекты, измерения в реальном времени, аналоговый фильтр, цифровой фильтр, дробные производные.

В последние годы в связи с развитием технологий мониторинга околоземного космического пространства и резким ростом обнаруженных потенциально опасных для Земли астероидов **проблема астероидно-кометной угрозы** стала серьезно осознаваться человечеством. Примером реальной опасности могут служить события, произошедшие 15 февраля 2013 г., когда астероид 2012DA14 прошел в опасной близости от Земли на расстоянии меньшем радиуса геостационарной орбиты, а Челябинский суперболид вошел в атмосферу и взорвался над Челябинском.

Время подлета астероида от геостационарной орбиты до поверхности Земли составляет 20–40 минут при скорости в 30–60 км/с. В такой ситуации время на обнаружение и защитные действия крайне ограничено, что стимулирует разработку систем космической защиты, размещенных в космосе в окрестности Земли и содержащих средства обнаружения и поражения быстро движущихся опасных космических объектов (БДОКО).

При определении положения БДОКО необходим быстрый и точный прогноз его траектории для вычисления точки встречи средств поражения с объектом. Очевидно, что на заключительном этапе сближения с объектом должны оперативно измеряться

параметры движения астероида радиолокационной системой (РЛС), расположенной на самих средствах поражения, работающих в режиме самонаведения. Прогноз траектории производится по измерению скорости объекта на основе анализа доплеровского сдвига частоты отраженного радиолокационного сигнала. Необходимым условием эффективной работы РЛС космической защиты является повышение точности и скорости измерения частоты доплеровского сигнала. Неточность в определении параметров движения объекта приведет к срыву операции по его уничтожению, учитывая разность скоростей астероида (> 30 км/с) и средства поражения (~ 10 км/с).

В работе [3] предлагается использовать алгоритм оценки радиальной скорости космического тела в течение времени прихода доплеровского сигнала (то есть без дополнительной спектральной обработки) с помощью дробнодифференцирующего фильтра. В настоящей работе мы приводим оптимальную схему работы аналогового дробнодифференцирующего фильтра для сверхбыстрого оценивания положения центра тяжести спектра отраженного доплеровского сигнала.

Процедура дробного дифференцирования порядка S представляет собой интег-

ральное преобразование сигнала $x(t)$ в реальном времени вида

$$D^{1/2}x(t) = F^{-1} \left\{ \sqrt{j\omega} F[x(t)] \right\}, \quad (1)$$

где $F[x(t)]$ – спектральная плотность амплитуды сигнала, ω – частота, j – мнимая единица, а формула (1) определяет свертку входного сигнала с импульсной характеристикой фильтра

$$h(t) = F^{-1} \left\{ \sqrt{j\omega} \right\}$$

Дробная производная Римана-Лиувилля порядка S определяется по формуле [2]:

$$D^{1/2}x(t) = \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{x(t') dt'}{\sqrt{t-t'}}, \quad (2)$$

всякую линейную операцию, выполняемую над функцией, в том числе операцию вычисления дробной производной, можно представить как свертку функции с импульсной характеристикой:

$$D^{1/2}x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t')x(t-t')dt'. \quad (3)$$

Импульсная характеристика дробно-дифференцирующего фильтра порядка $1/2$, впервые полученная в работе [1], имеет вид

$$h(t) = \frac{d}{dt} q(t) + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{P}} \left[\frac{d(t)}{\sqrt{t+\epsilon}} - \frac{y(t)}{2(t+\epsilon)^{3/2}} \right], \quad (4)$$

где $d(t)$ есть дельта-функция Дирака, $y(t)$ – функция Хевисайда.

Аналоговый фильтр строится на аппроксимации импульсной характеристики (4) набором из N затухающих экспонент, каждая из которых отвечает импульсной характеристике некоторого звена первого порядка, что подразумевает возможность аппаратной реализации аналогового фильтра набором стандартных радиотехнических звеньев первого порядка. Фактически задача сводится к нахождению при фиксированном значении аппроксимации наивысшей степени точности степенной составляющей импульсной характеристики (4), которая при обезразмеривании времени на шаг дискретизации по времени e имеет вид

$$H(t) = \frac{1}{(t+1)^2}. \quad (5)$$

Аппроксимирующая функция представляет собой конечную сумму вида

$$\tilde{H}_N(t) = \sum_{k=1}^N b_k e^{-ta_k}, \quad (6)$$

содержащую $2N$ неопределенных коэффициентов a_k и b_k . Предложена оптимальная аппроксимация (6), построенная на квадратуре наивысшей степени точности. На рисунке 1 приведены в логарифмической шкале графики временной зависимости аппроксимируемой функции $H(t)$ (верхняя кривая) и аппроксимирующих функций $\tilde{H}_N(t)$, последовательно приближающихся к $H(t)$ при $N = 6, 10, 14, 16, 18$.

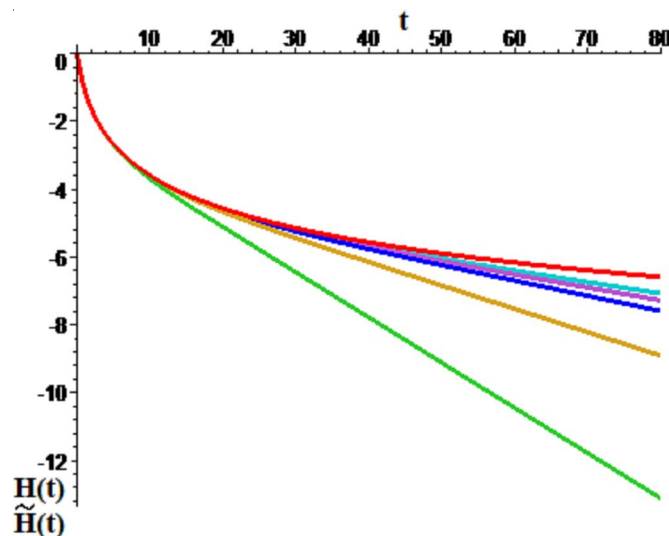


Рис. 1. Графики аппроксимируемой функции $H(t)$ и аппроксимирующих функций $\tilde{H}_N(t)$

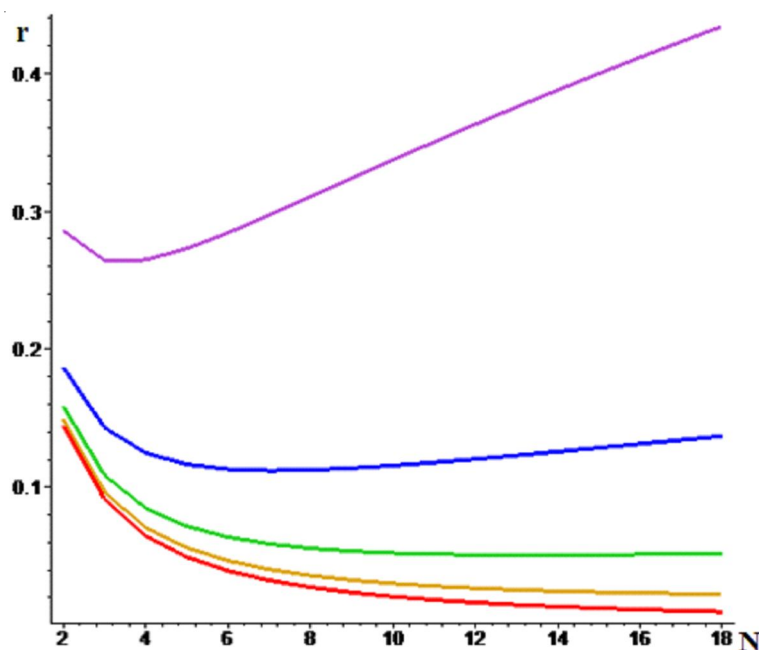


Рис. 2. Графики функций полных погрешностей r_N . Нижняя кривая соответствует среднеквадратической погрешности R_N . Снизу вверх расположены кривые, соответствующие погрешностям прибора $p = 0.003, 0.01, 0.03, 0.1$.

Мерой точности аппроксимации может служить среднеквадратическая погрешность

$$R_N = \sqrt{\int_0^\infty ((H(t) - \tilde{H}_N(t))^2 dt / \int_0^\infty H(t)^2 dt)}. \quad (7)$$

Расчеты показывают, что R_N убывает с ростом N , но стремление к нулю относительно медленное в силу того, что экспоненты убывают быстрее чем любая степень. Те же расчеты свидетельствуют, что для достижения общепринятой в радиотехнике точности в 1 % (то есть $R_N = 0.01$) необходимо взять $N = 18$ звеньев. Надо иметь в виду, что звенья, составляющие реальный фильтр суть устройства, обладающие погрешностями, обусловленными неидеальностью изготовления этих устройств. Составлять фильтр из такого большого количества элементов в $N = 18$ невыгодно, так как на практике начнет накапливаться погрешность, вносимая каждым элементом в отдельности.

Пусть каждое звено характеризуется относительной погрешностью изготовления прибора p . Естественно ожидать, что суммарная погрешность, вносимая N элементами, должна определяться как статистическая погрешность, пропорциональная корню из числа элементов. Тогда суммарная погрешность фильтра есть

$$r_N = \sqrt{\int_0^\infty ((H(t) - \tilde{H}_N(t))^2 dt / \int_0^\infty H(t)^2 dt + p\sqrt{N}}, \quad (8)$$

На рисунке 2 представлены графики полной погрешности r_N . Если допустимая погрешность прибора составляет $p = 0.01$, то, как следует из рисунка, минимум полной погрешности как функции числа звеньев достигается примерно при $N = 12$. Минимум при этом пологий, и это значит, что при уменьшении количества звеньев погрешность изменится незначительно. Отсюда следует, что при почти той же точности аппроксимации экономически более выгодно составлять фильтр из 6–8 элементов.

ПРИМЕЧАНИЕ

¹ Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-02-97001-р_поволжье_а «Высокоточная оценка скоростей и размеров астероидов по радиолокационным портретам».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захарченко, В. Д. Оценка средней частоты доплеровских сигналов методом дробного дифференцирования / В. Д. Захарченко // Физика

волновых процессов и радиотехнические системы. – 1999. – Т. 2, № 3–4. – С. 39–41.

2. Samko, S. Fractional integrals and derivatives / S. Samko, A. Kilbas, O. Marichev // Theory and Application. – Gordon & Breach Sci. Publishers, 1993.

3. Zakharchenko, V. D. On protecting the planet against cosmic attack: ultrafast real-time estimate of the asteroid's radial velocity / V. D. Zakharchenko, I. G. Kovalenko // Acta Astronautica. – 2014. – Vol. 98C. – P. 158–162.

APPLICATION OF A FRACTIONAL DIFFERENTIATION FILTER FOR ULTRAFAST ESTIMATION OF MOTION VARIABLES OF HAZARDOUS ASTEROIDS

Kazankova Ekaterina Arkadievna

Master Student, Department of Theoretical Physics and Wave Processes,
Volgograd State University
katerina.kazanko@gmail.com
Prosp. Universitetsky, 100, 400062 Volgograd, Russian Federation

Key words: Near-Earth objects, real-time measurements, analog filter, digital filter, fractional derivatives.